

Ejercicios de Análisis Matemático

Funciones de varias variables

1. Calcula la derivada de $h(x, y) = \frac{x - y}{1 + \log(1 + x^2 y^2)}$ en el punto $(-1, -1)$ en la dirección dada por el vector ortogonal (de norma 1) en el punto $(1, 1)$ a la curva de nivel del campo $f(x, y) = x y^3 + x^3 y$ que pasa por dicho punto.

2. Calcula las ecuaciones del plano tangente y de la recta normal a la superficie dada por:

$$z + e^z + 2x + 2y - x^2 - y^2 - 3 = 0$$

en el punto $(1, 1 + \sqrt{e}, 1)$.

3. Clasifica los extremos relativos del campo escalar $f(x, y) = 2xy - 2x^3 y - xy^2 + x^3 y^2$.
4. El área de una caja rectangular sin tapa es de 108cm^2 . Calcular sus dimensiones para que el volumen sea máximo.
5. Hallar los extremos absolutos del campo escalar $f(x, y) = x^2 y^3 (1 - x - y)$ en el conjunto

$$K = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$$

6. Calcula mediante un cambio de variable a coordenadas polares la integral de la función $f(x, y) = (x^2 + y^2)^{-\frac{3}{2}}$ en el conjunto:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq y, x + y \geq 1, x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

7. Calcula el volumen del conjunto:

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z^2, x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z\}$$